Exercícios de Matemática
Produtos Notáveis – Fatoração

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO
(Ufba) Na(s) questão(ões) a seguir escreva nos parênteses a soma dos itens corretos.

1. Sendo

$m = x + 1$,
$n = x^2 - x$,
$p = x^2 - 1$,

pode-se afirmar:

(01) $m^2 = n \cdot p$
(02) $m + n = p$
(04) Se $x \neq 1$ e $x \neq -1$, então $n.m/p = x$.
(08) Se $x = 1/2$, então o valor numérico de $m.n$ é $1/8$.
(16) O grau da expressão $m.n.p$ é um número inteiro, pertencente ao intervalo $[0,7]$.

Soma ( )

2. (Ita) A área do polígono, situado no primeiro quadrante, que é delimitado pelos eixos coordenados e pelo conjunto
$\{(x, y) \in IR^2: 3x^2 + 2y^2 + 5xy - 9x - 8y + 6 = 0\}$, é igual a:

a) $\sqrt{6}$
b) 5/2
c) $2\sqrt{2}$
d) 3
e) 10/3

3. (Ufc) Seja $A=1/(\sqrt{3}+\sqrt{2})$, e $B=1/(\sqrt{3}-\sqrt{2})$, então, A+B é igual a:

a) $-2\sqrt{2}$.
b) $3\sqrt{2}$.
c) $-2\sqrt{3}$.
d) $3\sqrt{3}$.
e) $2\sqrt{3}$.

4. (Ufc) O valor exato de $\sqrt{(32+10\sqrt{7})} + \sqrt{(32-10\sqrt{7})}$ é:
a) 12
b) 11
c) 10
d) 9
e) 8

5. (Ufmg) A única alternativa VERDADEIRA é

a) Se $x(x-2)=1$ então $x=1$ ou $x-2=1$

b) $\sqrt{17^2+25^2}=17+25$

c) $\frac{2(x-1)^2+(x+1)}{(x-1)}=2(x-1)+(x+1)$ para todo número real $x \neq 1$

d) $\left[\left[\frac{1}{3}\right]^{-2}\right]^2 - \left[(-2)^3\right]^2 = 17$

e) $x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{1}{2}}(x^3-1)$ para todo número real $x \geq 0$

6. (Ufes) Calcule o valor da expressão

$[10^2+20^2+30^2+...+100^2] - [9^2+19^2+29^2+...+99^2]$

7. (Ufpe) Se x e y são números reais distintos, então:
a) $(x^2+y^2)/(x-y) = x+y$
b) $(x^2-y^2)/(x-y) = x+y$
c) $(x^2+y^2)/(x-y) = x-y$
d) $(x^2-y^2)/(x-y) = x-y$
e) Nenhuma das alternativas anteriores é verdadeira.

8. (Ufsc) Calcule $(a-b)^2$, sendo a e b números reais positivos, sabendo que

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 117 \\ a.b = 54 \end{cases}$$

9. (Puccamp) Considere as sentenças a seguir:

I. $(3x - 2y)^2 = 9x^2 - 4y^2$
II. $5xy + 15xm + 3zy + 9zm = (5x + 3z).(y + 3m)$
III. $81x^6 - 49a^8 = (9x^3 - 7a^4) . (9x^3 + 7a^4)$

Dessas sentenças, SOMENTE

a) I é verdadeira.
b) II é verdadeira.
c) III é verdadeira.
d) I e II são verdadeiras.
e) II e III são verdadeiras.

10. (Pucmg) A diferença entre os quadrados de dois números ímpares, positivos e consecutivos é 40. Esses números pertencem ao intervalo:
a) [3, 9]
b) [4, 10]
c) [8, 14]
d) [10, 15]
e) [11, 14]

11. (Ufmg) A diferença dos cubos de dois números naturais consecutivos é 91. Esses números pertencem a:
a) $\{ n \in \mathbb{N} : -7 \leq n \leq 3 \}$
b) $\{ n \in \mathbb{N} : 3 < n \leq 7 \}$
c) $\{ n \in \mathbb{N} : 7 < n \leq 10 \}$
d) $\{ n \in \mathbb{N} : n > 10 \}$

12. (Ufmg) A diferença entre os quadrados de dois números naturais é 144, e a razão entre eles é 3/5. A soma desses dois números naturais é:
a) 16
b) 24
c) 30
d) 34

13. (Fatec) A sentença verdadeira para quaisquer números a e b reais é:
a) $(a - b)^3 = a^3 - b^3$
b) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$
c) $(a + b)(a - b) = a^2 + b^2$
d) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
e) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a + b)^3$

14. (Mackenzie) Se

$$a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{-1}{2}} = \frac{10}{3}$$

então $a+a^{-1}$ vale:

a) 100/9
b) 82/3
c) 82/9
d) 100/82
e) 16/9

15. (Uel) Se o polinômio $f=2x^2-12\sqrt{}(2)x+4k$ é um quadrado perfeito, então a constante real k é um número
a) quadrado perfeito.
b) cubo perfeito.
c) irracional.
d) divisível por 8.
e) primo.

16. (Ufes) Se a e b são números reais positivos que satisfazem à relação $a^2-b^2<2ab$, então
a) $0 < a/b < \sqrt{2} + 1$
b) $\sqrt{2} - 1 < a/b < 2\sqrt{2}$
c) $1 \leq a/b < 2 + \sqrt{2}$
d) $0 < a/b < \sqrt{2} - 1$ ou $\sqrt{2} + 1 < a/b < 2 + \sqrt{2}$
e) $0 < a/b \leq 1$ ou $2\sqrt{2} < a/b < 2 + \sqrt{2}$

17. (Unesp) A expressão $[(4x+8)/(x^2+3x+2)]+[(3x-3)/(x^2-1)]$, para $x \neq 1$, $x \neq -2$, é equivalente a
a) $[4/(x + 1)] - [3/(x - 1)]$
b) $1/(x + 1)$
c) $7/(x + 1)$
d) $[4/(x + 1)] + [3/(x - 1)]$
e) $1/(x + 1)$

18. (Ufsc) Assinale a(s) proposição(ões) CORRETA(S), sendo que x e y representam números reais arbitrários.

01. $(x + \cos x^2)/x^2 = (1 + \cos x)/x$

02. $x/(4x+3) = (1/4) + (x/3)$

04. $(3 + \sqrt{2})/\sqrt{2} = (3\sqrt{2}) + 1$

08. $x^2 - 7x + 12 = (x+4) + (x+3)$

16. $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

19. (Fatec) Sabe-se que $a^2 - 2bc - b^2 - c^2 = 40$ e $a - b - c = 10$ com a, b e c números reais.
Então o valor de a + b + c é igual a:
a) 1
b) 2
c) 4
d) 10
e) 20

20. (Ufrs) Se $n = 10^7 - 10$, então n NÃO é múltiplo de
a) 9.
b) 10.
c) 12.
d) 15.
e) 18.

21. (Fatec) A expressão $(2+2y-x-xy)/(4-x^2)$, para $x \neq \square 2$, é equivalente a

a) (y - 1)/(2 - x)
b) (y - 1)/(2 + x)
c) y / x
d) (y + 1)/(x + 2)
e) (y + 1)/(2 - x)

22. (Uel) Para todo x real, a expressão

$3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + 3^{x+5}$

é equivalente a

a) 3^{6x+15}
b) $5 \cdot 3^x$
c) $6 \cdot 3^x$
d) 243^x
e) $364 \cdot 3^x$

23. (Ufes) Assinale a sentença verdadeira.
a) Se a e b são números reais e ab>1, então a>1 ou b>1.
b) Se a = 0,999..., então $\sqrt{a} = 0,333...$
c) Se n é um inteiro positivo, então $n^2 + n$ é par.
d) Para todo número real x > 0 tem-se |x-1| = x-1.
e) Para todo número real x > 0 tem-se $x \leq x^2 \leq x^3$.

24. (Ufpe) Sendo a e b números reais positivos, analise os cálculos abaixo, quanto a sua correção e indique quais das igualdades estão incorretas.

$$1 = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a+b} = \frac{\sqrt{a^2+b^2+2ab} - 2ab}{a+b} =$$
$$= \frac{a+b-2ab}{a+b} = \frac{2(a+b)}{a+b} = 2$$

a) 1, 2, 3, 4 e 5.
b) 1 e 3 apenas.
c) 4 e 5 apenas.
d) 1, 2 e 4 apenas.
e) 2 e 4 apenas.

25. (Fatec) Efetuando-se $(579865)^2 - (579863)^2$, obtém-se
a) 4
b) 2 319 456
c) 2 319 448
d) 2 086 246
e) 1 159 728

26. (Fgv) Seja N o resultado da operação $375^2 - 374^2$.
A soma dos algarismos de N é:
a) 18
b) 19
c) 20
d) 21
e) 22

27. (Ufrs) Se a = (x + y)/2, b = (x - y)/2 e $c = \sqrt{x.y}$, onde x e y são números reais tais que x.y > 0, então uma relação entre a^2, b^2 e c^2 é

a) $a^2 + b^2 - c^2 = 0$
b) $a^2 - b^2 - c^2 = 0$
c) $a^2 + b^2 + c^2 = 0$
d) $a^2 - b^2 + c^2 = 0$
e) $a^2 = b^2 = c^2$

28. (Ufes) O número $N = 2002^2 \times 2000 - 2000 \times 1998^2$ é igual a
a) 2×10^6
b) 4×10^6
c) 8×10^6
d) 16×10^6
e) 32×10^6

29. (Fatec) O valor da expressão $y = (x^3-8)/(x^2+2x+4)$, para $x = \sqrt{2}$, é
a) $(\sqrt{2}) - 2$
b) $(\sqrt{2}) + 2$
c) 2
d) - 0,75
e) -4/3

30. (Unesp) Por hipótese, considere
$a = b$
Multiplique ambos os membros por a
$a^2 = ab$
Subtraia de ambos os membros b^2
$a^2 - b^2 = ab - b^2$
Fatore os termos de ambos os membros
$(a + b)(a - b) = b(a - b)$
Simplifique os fatores comuns
$(a + b) = b$
Use a hipótese que a = b
$2b = b$
Simplifique a equação e obtenha
$2 = 1$
A explicação para isto é:
a) a álgebra moderna quando aplicada à teoria dos conjuntos prevê tal resultado.
b) a hipótese não pode ser feita, pois como 2 = 1, a deveria ser (b + 1).
c) na simplificação dos fatores comuns ocorreu divisão por zero, gerando o absurdo.
d) na fatoração, faltou um termo igual a -2ab no membro esquerdo.
e) na fatoração, faltou um termo igual a +2ab no membro esquerdo.

31. (Pucmg) Se a e b são números reais inteiros positivos tais que $a - b = 7$ e $a^2b - ab^2 = 210$, o valor de ab é:
a) 7 b) 10
c) 30 d) 37

32. (Puc-rio) O produto $(x+1)(x^2 - x +1)$ é igual a:
a) x^3-1 b) $x^3 + 3x^2 - 3x + 1$
c) $x^3 + 1$ d) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$
e) $x^2 + 2$

33. (Unicamp) Sejam a e b números inteiros e seja N(a, b) a soma do quadrado da diferença entre a e b com o dobro do produto de a por b.
a) Calcule N(3, 9).
b) Calcule N(a, 3a) e diga qual é o algarismo final de N(a, 3a) para qualquer $a \in Z$.

34. (Uerj) Alguns cálculos matemáticos ficam mais simples quando usamos identidades, tais como:
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
Considerando essas identidades, calcule os valores numéricos racionais mais simples das expressões:
a) $(57,62)^2 - (42,38)^2$;
b) $\cos^6 15° + \text{sen}^6 15°$.

35. (Fei) Simplificando a expressão representada a seguir, obtemos:

$$\left(a^2b + ab^2\right) \frac{\frac{1}{a^3} - \frac{1}{b^3}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}}$$

a) a + b
b) $a^2 + b^2$
c) ab
d) $a^2 + ab + b^2$
e) b - a

36. (Uff) Calcule o valor numérico de 1/M sendo

$$M = -2 + \sqrt{\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 2}\ ,$$

a = 0,998 e b = 1.

GABARITO

1. 16

2. [B]

3. [E]

4. [C]

5. [D]

6. 2180

7. [B]

8. 09

9. [E]

10. [C]

11. [B]

12. [B]

13. [D]

14. [C]

15. [A]

16. [A]

17. [C]

18. 16

19. [C]

20. [C]

21. [D]

22. [E]

23. [C]

24. [D]

25. [B]

26. [C]

27. [B]

28. [E]

29. [A]

30. [C]

31. [C]

32. [C]

33. a) 90
b) zero

34. a) 1.524

b) 13/16

35. [D]

36. 249.500